

## TD5 Arithmétique

**Exercice 1**

Effectuer la division euclidienne de  $a$  par  $b$  avec les valeurs suivantes de  $(a, b)$  :

$$(15, 4), \quad (20, 4), \quad (13, 1), \quad (10, 102).$$

**Exercice 2**

Pour les couples suivants, calculer le pgcd et écrire une relation de Bezout :

$$(48, 36), \quad (12, 5), \quad (10, 15), \quad (42, 98), \quad (20, 27).$$

**Exercice 3**

On définit  $F_n = 2^{(2^n)} + 1$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ . Montrer par récurrence que les  $F_n$  vérifient la relation suivante :

$$F_{n+1} = 2 + F_0 \dots F_n.$$

**Exercice 4**

Déterminer les racines de l'équation complexe

$$z^4 - (5 - 14i)z^2 - 2(5i + 12) = 0.$$

**Exercice 5**

Soit  $A = \{a + ib \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}\}$ . Montrer que  $A$  est un anneau. Quels sont ses éléments inversibles ?