

## TD4

**Exercice 1 (dimension 2...)**

Pour les matrices suivantes, donnez le polynôme caractéristique, les valeurs propres et les sous-espaces propres associés. Dire de plus si la matrice est diagonalisable.

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -8 & -6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

**Exercice 2 (...dimension 3...)**

Même exercice :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -3 & -4 & 4 \end{pmatrix}.$$

**Exercice 3 (... et un peu de dimension  $n$ )**

On considère la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & (0) \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \\ \vdots & (0) & \ddots & \ddots & \\ 0 & & & \ddots & 1 \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Déterminer le polynôme caractéristique de  $A$ , ses valeurs propres et ses vecteurs propres. La diagonaliser.

**Exercice 4 (triangulaire par bloc (aux motives))**

Soient  $p, q \in \mathbb{N}^*$ ,  $A \in \mathcal{M}_p(\mathbb{k})$ ,  $B \in \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{k})$ ,  $C \in \mathcal{M}_q(\mathbb{k})$ . On pose alors  $n = p + q$  et  $M = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & C \end{pmatrix}$ . Déterminer les relations entre les valeurs propres de  $A$  et  $C$  et les valeurs propres de  $M$ . De même pour les sous-espaces propres et les sous-espaces caractéristiques. Enfin, que peut-on dire sur les questions de diagonalisabilité et trigonalisabilité de  $A, C$  et  $M$ .

**Exercice 5**

Donner les relations existants entre les sous-espaces propres, (resp.) caractéristiques de  $A$  et  $A^n$