

TD n°10 : Algèbre linéaire.

Exercice 1

Résoudre sans se poser de questions.

a. $y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = 0;$

c. $y''(x) + 3y'(x) + 4y(x) = 0$

b. $y''(x) + 2y(x) = 0$

d. $y''(x) + 4y'(x) - 4y(x) = 0$

Exercice 2

On considère le système différentiel donné par :

$$\begin{cases} x_1'(t) &= x_1(t) + x_2(t) - x_3(t) \\ x_2'(t) &= 2x_1(t) + 3x_2(t) - 4x_3(t) \\ x_3'(t) &= 4x_1(t) + x_2(t) - 4x_3(t) \end{cases}$$

- Écrire le système linéaire en terme matriciel sous la forme : $X' = A \cdot X$.
- Diagonaliser A (c'est-à-dire justifier que A est diagonalisable, donner ses valeurs propres et une base de vecteurs propres associés).
- Donner les solutions du système différentiel.

Exercice 3

Étudier la stabilité des points d'équilibre de systèmes différentiels suivants :

a. $\begin{cases} x' &= x - y \\ y' &= 2x + 3y \end{cases}$	c. $\begin{cases} x' &= x - 2y \\ y' &= -3x + 2y \end{cases}$	e. $\begin{cases} x' &= -x + 2y \\ y' &= -2x + 3y \end{cases}$
b. $\begin{cases} x' &= -x + 4y \\ y' &= -9x + y \end{cases}$	d. $\begin{cases} x' &= 3x + 3y \\ y' &= x + y \end{cases}$	f. $\begin{cases} x' &= -2x - y \\ y' &= -x - 4y \end{cases}$